leçon d'agrégation numéro 20
Conversion de puissance électromécanique ref: programme officile PSI pages 25 à 27.
Le défi est de faire tenir tout cela dans 40 minutes, avec une manip, dans l'esprit du programme PSI: insister sur le fait que l'essentiel des actions mécaniques s'exerce sur le fer, pas sur le cuivre. insister sur le rôle essentiel du matérieu magnétique et sur le rôle de l'énergie. Citer des ordres de grandeur citer des bilans de puissance citer des valeurs de rendement

1 Contacteur électromagnétique en translation

Notons x la position de la pièce mobile du contacteur. Le but est d'exprimer la force électro-magnétique F que ressent cette pièce mobile. Notons u la tension appliquée et i le courant, on se place en convention récepteur: ui est la puissance électrique reçue par le contacteur. Notons E_c l'énergie cinétique de la pièce mobile et E_{mag} l'énergie magnétique.
On sait que $E_{mag} = \frac{1}{2}Li^2$.
L'inductance propre L dépend de la position x de la pièce mobile, donc n'est pas constante dans le calcul qui va suivre.
Entre t et $t + \mathrm{d}t$ le bilan d'énergie global s'écrit:

$$\mathrm{d}(E_c + E_{mag}) = ui\,\mathrm{d}t$$

Or le théorème de l'énergie cinétique, toujours entre t et $t + \mathrm{d}t$, dit que

$$\mathrm{d}E_c = \delta W = F\,\mathrm{d}x$$

Ainsi

$$F\,\mathrm{d}x = ui\,\mathrm{d}t - \mathrm{d}E_{mag}$$

Or, en négligeant la résistance de l'enroulement, l'équation électrique s'écrit

$$0 = u + e$$

où $e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ est la f.é.m. induite dans l'enroulement. Ainsi $u\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}\Phi = \mathrm{d}(Li) = L\,\mathrm{d}i + i\,\mathrm{d}L$
On obtient donc:

$$F\,\mathrm{d}x = Li\,\mathrm{d}i + i^2\,\mathrm{d}L - d\left(\frac{1}{2}Li^2\right) = Li\,\mathrm{d}i + i^2\,\mathrm{d}L - \frac{1}{2}(\mathrm{d}L)i^2 - Li\,\mathrm{d}i = \frac{1}{2}(\mathrm{d}L)i^2$$

Ainsi

$$F = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x}\,i^2$$

Or comme l'énergie magnétique s'écrit $E_{mag} = \frac{1}{2}Li^2$ on peut mettre cette expression de la force sous la forme:

$$F = +\left(\frac{\partial E_{mag}}{\partial x}\right)_i$$

expression dont le signe + peut paraître surprenant, car on est plus habitué à des relations entre force et énergie du style $\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,E_p$.
Conclusion et lien avec ce qui suit: plutôt qu'un calcul direct de la force, on a utilisé un raisonnement énergiétique. Ceci est la "bonne méthode" pour les machines électriques. En effet les calculs directs à partir des forces de Laplace sont difficiles à mener rigoureusement. Dans l'étude de la machine synchrone on utilisera une relation similaire entre couple électromagnétique et énergie magnétique, avec pour seule justification l'analogie avec la situation, que nous venons de voir, du contacteur électromagnétique en translation.

2 Machine synchrone

constitution. Nous modélisons la machine synchrone de la façon suivante: stator à deux enroulements à 90 degrés parcourus par des courants $i_{s1} = I_s \cos\omega t$ et $i_{s2} = I_s \sin\omega t$
NB: très souvent les stators des machines synchrones sont triphasés
Le rotor est parcouru par un courant I_r continu. NB: souvent le rotor contient des enroulements "amortisseurs" en court-circuit. Nous modélisons ici une machine à une seule paire de pôles ("p=1").
On fait l'hypothèse du ferromagnétique parfait, dont les conséquences sont:

- toute l'énergie magnétique est stockée dans l'entrefer
- l'excitation magnétique $\overrightarrow{H}$ est nulle dans le fer
- l'excitation magnétique est radiale dans l'entrefer

Calcul du champ magnétique statorique en utilisant le théorème d'Ampère pour $\overrightarrow{H}$ d'abord celui créé par i_{s1}, que l'on "rend" sinusoïdal "en associant plusieurs spires décalées":

$$H_{s1} = \frac{i_{s1}}{2e}\cos\theta \Longrightarrow B_{s1} = \frac{\mu_0 i_{s1}}{2e}\cos\theta$$

et de même

$$H_{s2} = \frac{i_{s1}}{2e}\sin\theta \Longrightarrow B_{s2} = \frac{\mu_0 i_{s1}}{2e}\sin\theta$$

Le champ statorique total est donc

$$B_s = \frac{\mu_0}{2e}\left(i_{s1}\cos\theta + i_{s2}\sin\theta\right)$$

et vu que $i_{s1} = I_s\cos\omega t$ et $i_{s2} = I_s\sin\omega t$:

$$B_s = \frac{\mu_0 I_s}{2e}\cos(\theta - \omega t)$$

Champ magnétique rotorique. Le rotor est un cylindre de rayon a, de hauteur h. On note θ_r sa position angulaire.

$$B_s = \frac{\mu_0 I_r}{2e}\cos(\theta - \theta_r)$$

Energie magnétique: on intègre sur l'entrefer la densité d'énergie magnétique $\dfrac{B^2}{2\mu_0}$:
Tous calculs faits on trouve

$$E_{mag} = \frac{\mu_0 h a \pi I_r I_s}{4e}\cos(\theta_r - \omega t)$$

Couple électromagnétique: on sait que, dans le cas de la rotation, un couple conservatif Γ est lié à son énergie potentielle E_p par une relation du type: $\Gamma = -\dfrac{\partial E_p}{\partial\theta}$, relation analogue à $\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, E_p$. On admet ici que le couple électromagnétique Γ_{em} est lié à l'énergie magnétique précédente par

$$\Gamma_{em} = +\left(\frac{\partial E_{mag}}{\partial\theta_r}\right)_i$$

et ceci, en admettant l'analogie avec la situation du contacteur électromagnétique en translation

3 Machine à courant continu